

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Методы оценки ошибок вычислений	6
1.1. Этапы решения прикладной задачи и классификация ошибок	6
1.2. Запись чисел в вычислительных машинах и ограничения точности вычислений	11
1.3. Абсолютная и относительная погрешности	18
1.4. Правильная запись и округление чисел	20
1.5. Программное округление десятичных чисел по заданному значению абсолютной погрешности	23
1.6. Определение количества верных цифр по относительной погрешности приближенного числа	29
1.7. Вычисление ошибок арифметических действий	32
1.8. Оценка погрешностей значений функций	37
1.9. Способы приближенных вычислений по заданной формуле	43
1.9.1. Вычисления по правилам подсчета цифр	44
1.9.2. Вычисления со строгим учетом предельных абсолютных погрешностей	47
1.9.3. Вычисления по методу границ	51
1.10. Приближенные вычисления по формулам с использованием инструментальных пакетов	56
1.11. Вероятностные и эмпирические методы оценки ошибок вычислений	63
Лабораторная работа № 1. Методы оценки погрешностей	65
Глава 2. Численные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений	68
2.1. Постановка задачи решения уравнений	68
2.2. Отделение корней алгебраических и трансцендентных уравнений	69
2.3. Уточнение корня уравнения методом половинного деления	75
2.4. Итерационные методы уточнения корней	79
2.4.1. Метрические пространства и принцип сжимающих отображений	79
2.4.2. Метод простой итерации	81
2.4.3. Скорость сходимости итерационного процесса	90
2.4.4. Методы Ньютона	91
2.5. Некоторые замечания о точности нахождения корней уравнения	97
2.6. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений с помощью инструментальных средств	100
Лабораторная работа № 2. Решение уравнений с одной переменной	112

Глава 3. Численные методы решения систем уравнений	116
3.1. Системы линейных алгебраических уравнений	116
3.2. Метод Гаусса	117
3.2.1. Решение систем уравнений	118
3.2.2. Вычисление определителей и обращение матриц	123
3.2.3. Программная реализация схемы единственного деления для решения системы линейных уравнений и вычисления определителя с пошаговой оценкой границ абсолютных погрешностей	126
3.2.4. Модификации схемы единственного деления	133
3.2.5. Плохо обусловленные системы линейных алгебраических уравнений	136
3.3. Метод прогонки	144
3.4. Итерационные методы	146
3.4.1. Метод простой итерации	147
3.4.2. Практическая схема решения системы линейных уравнений методом простой итерации	150
3.4.3. Метод Зейделя	156
3.5. Приближенные методы решения систем нелинейных уравнений	159
3.5.1. Метод простой итерации	159
3.5.2. Метод Ньютона	163
3.6. Решение систем уравнений с помощью инструментальных средств	167
3.6.1. Табличный процессор Excel	167
3.6.2. Система MathCad	171
3.6.3. Система Derive	178
3.6.4. Система Maple	181
3.6.5. Система MatLab	183
3.6.6. Система Mathematica	186
Лабораторная работа № 3. Численные методы решения систем уравнений	188
Глава 4. Методы приближения функций	193
4.1. Постановка задачи аппроксимации функций	193
4.2. Существование и единственность интерполяционного многочлена	195
4.3. Интерполяционный многочлен Лагранжа	197
4.4. Организация ручных вычислений по формуле Лагранжа	199
4.5. Программирование интерполяционного многочлена Лагранжа	201
4.6. Интерполяционные формулы Ньютона	204
4.6.1. Конечные разности	204
4.6.2. Первая интерполяционная формула Ньютона	205
4.6.3. Вторая интерполяционная формула Ньютона	207
4.7. Погрешность многочленной интерполяции	208
4.8. Минимизация погрешности многочленной интерполяции путем специального выбора узлов интерполяции	212
4.9. Уплотнение таблиц функций	214
4.10. Обратное интерполирование	219
4.10.1. Постановка и решение задачи обратного интерполирования	219
4.10.2. Приближенное решение уравнений методом обратного интерполирования	222
4.11. Интерполяция сплайнами	224

4.12. Понятие сходимости интерполяционного процесса	228
4.13. Метод наименьших квадратов	229
4.13.1. Постановка задачи	229
4.13.2. Нахождение приближающей функции в виде линейной функции и квадратного трехчлена	233
4.13.3. Нахождение приближающей функции в виде других элементарных функций	235
4.14. Экстраполяция	244
4.15. Приближение функций с помощью инструментальных средств	245
Лабораторная работа № 4. Приближение функций	264
Глава 5. Численное дифференцирование и интегрирование	270
5.1. Постановка задачи численного дифференцирования	270
5.2. Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Лагранжа	275
5.3. Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Ньютона	278
5.4. Постановка задачи численного интегрирования	282
5.5. Квадратурные формулы Ньютона — Котеса	284
5.6. Формула трапеций	284
5.7. Формула Симпсона	288
5.8. Полуэмпирические оценки точности вычислений по квадратурным формулам	291
5.9. Алгоритмическая реализация интерполяционных квадратурных формул	292
5.10. Квадратурные формулы Гаусса	297
5.11. Вычисление определенных интегралов методом Монте-Карло	302
5.12. Численное дифференцирование и интегрирование с помощью инструментальных средств	307
Лабораторная работа № 5. Численное дифференцирование и интегрирование	316
Глава 6. Численные методы решения дифференциальных уравнений	320
6.1. Постановка задачи	320
6.2. Метод Пикара	322
6.3. Метод Эйлера	325
6.4. Метод разложения решения в степенной ряд	329
6.5. Метод Рунге — Кутта	331
6.6. Многошаговые методы	338
6.7. Понятие о численных методах решения дифференциальных уравнений в частных производных	346
6.8. Численное решение дифференциальных уравнений с помощью инструментальных средств	356
Лабораторная работа № 6. Численное решение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка	365
Приложение. Инструментальные средства решения математических задач	367
Список литературы	381